Saathi

Date __ / __ / ____

lesson - 1

वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र (Electric Charges And Field)

वैद्युत आवेश (Electric Charge) - आवेश किसी वस्तु का वह गुण है जिसके कारण वह वैद्युतमय प्रभाव अनुभव करता है। आवेश एक अदिश राशि है। इसका मात्रक कुलॉम होता है।
आवेश की संकल्पना e^- के आधार पर दी जाती है।

⇒ यदि किसी वस्तु में e^- की हानि होती है तो इसे धनावेशित कहा जाता है।
⇒ यदि किसी वस्तु मे e^- की वृद्धि हो तो उसे ऋणावेशित कहा जाता है।

आवेश के प्रकार - आवेश 2 प्रकार के होते है —

1. धनावेश → e^- की हानि।
2. ऋणावेश → e^- की वृद्धि।

⇒ सजातीय आवेश एक - दूसरे को प्रतिकर्षित करते है तथा विजातीय आवेश एक दूसरे को आकर्षित करते है।

★ **आवेश के मात्रक** : SI पद्धती में

$$I = \frac{Q}{t}$$

आवेश $= I \times t$
$=$ एम्पीयर $\times$ सेकण्ड या कुलॉम (C)

Date ___/___/___

C.G.S पद्धती में, स्टेट कुलॉम मात्रक होता है। 1 कुलॉम = 3×10^{9} स्टेट कुलॉम

विद्युत चुम्बकीय मात्रक — emu
1 कुलॉम = $\frac{1}{10}$ emu

सबसे छोटा मात्रक — फ्रेंकलिन
सबसे बड़ा मात्रक — फैराडे (F)
1 फैराडे = 96500 कुलॉम

अन्य मात्रक —
(a) 1 माइक्रो कुलॉम = 10^{-6} C
(b) 1 नैनो कुलॉम 1nC = 10^{-9} C
(c) 1 पिको कुलॉम 1PC = 10^{-12} C
(D) 1 मिली कुलॉम 1mC = 10^{-3} C

वैद्युत आवेशो के मूलभूत गुण

(i) आवेश का संरक्षण — संरक्षण के नियमानुसार, किसी विलगित निकाय में कुल आवेश नियत रहता है।

(ii) आवेशो की योज्यता — किसी निकाय का कुल वैद्युत आवेश विभिन्न अवयवी कणो पर उपस्थित भिन्न-2 आवेशो के बीजगणितीय योग के बराबर होता है।

(iv) आवेश का क्वांटमीकरण — क्वांटीकरण के सिद्धांत के अनुसार किसी वस्तु पर आवेश e^{-} के आवेश का पूर्ण गुणक होता है, जिसे मूल आवेश कहते है इसे 'e' से प्रदर्शित करते है। आवेश का

यह गुण आवेश की क्वाण्टम प्रकृति है अथवा आवेश का क्वाण्टीकरण कहलाता है।

$\boxed{Q = \pm ne}$ n = स्थानांतरित e^- की सं०

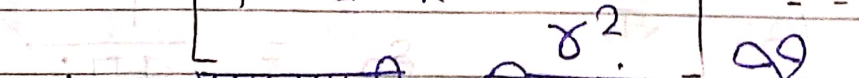
Q = आवेश

e = e^- का आवेश $= 1.6 \times 10^{-19} C$

कुलॉम का नियम (Coulomb's Law)

कुलॉम के नियमानुसार - "दो स्थिर बिन्दु आवेशो के बीच लगने वाला आकर्षण या प्रतिकर्षण बल दोनो आवेशो के परिमाणो के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।" यह बल दोनो आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।

यदि दो बिन्दु आवेश q_1 व q_2 एक-दूसरे से r दूरी पर हो तो उनके बीच कार्यरत आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल का परिमाण -



$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

अथवा

$$\boxed{F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}} \quad \text{-------- (1)}$$

जहाँ K समानुपाती नियतांक है जिसे कुलॉम नियतांक कहते है।

समी० (1) कुलॉम का नियम कहलाती है।

Date ___/___/___

कूलॉम नियतांक K का मान दो बातो पर निर्भर है —

(1) मात्रको की पद्धती

(2) आवेशो के बीच का माध्यम

स्थिर वैद्युत के अध्ययन के लिए आजकल SI पद्धति का प्रयोग किया जाता है। K का मान ज्ञात करने के लिए निम्न दो स्थितियाँ है —

स्थिति (i) जब आवेश निर्वात में रखे है —

SI पद्धति में $K = 9 \times 10^9$ मात्रक होता है।

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ----(2)$$

$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ लिखा जाता है सुविधा के लिये।
जिससे कूलॉम के नियम को इस प्रकार लिखा जाता है।

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ----(3)$$

ϵ_0 = निर्वात की वैद्युतशिलता

ϵ_0 का मात्रक, विमा तथा आंकिक मान -

समी (3) से, $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{F r^2}$

मात्रक = कूलॉम^2/ न्यूटन-मीटर^2

Date ___ / ___ / ___

तिमा $= \frac{[q_1][q_2]}{[F][r^2]} = \frac{[AT][AT]}{[MLT^{-2}][L^2]}$

$= [M^{-1}L^{-3}T^4A^2]$

समी (2) व (3) से —

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\times10^9$ न्यूटन - मीटर^2 / कूलॉम^2

$\therefore \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi\times9\times10^9} = 8.854\times10^{-12}\, c^2/N\text{-}m^2$

Note – निर्वात में C.G.S पद्धति में $K = 1$ मात्रक

अत: $\boxed{F = \frac{q_1 q_2}{r^2}}$

स्थिति (ii) जब आवेश निर्वात के स्थान पर अन्य माध्य मे रखे है — इस स्थिति में समी॰ (3) में निर्वात की वैद्युतशिलता ϵ_0 के स्थान पर उस माध्यम की वैद्युतशिलता ϵ लिखी जायेगी, अत:

$$F_{\text{माध्यम}} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ---(4)$$

माध्यम का परावैद्युतांक — किसी माध्यम की वैद्युतशिलता तथा निर्वात की वैद्युतशिलता का अनुपात एक नियतांक होता है, जिसे माध्यम का परावैद्युतांक अथवा विशिष्ट परावैद्युतता अथवा सापेक्ष वैद्युतशिलता कहते है। इसे K से प्रदर्शित करते है, अत:

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad \text{or} \quad \epsilon = K\epsilon_0$$

Date ___/___/______

अतः समी० (4) से, निर्वात के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम मे कूलॉम नियम का स्वरूप निम्न होगा —

$$F_{माध्यम} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad ----(5)$$

Note- परावैद्युतांक विमाहीन राशि है।
(a) निर्वात के लिए, K = 1
(b) अतः आंकिक प्रश्न हल करते समय निर्वात अथवा वायु मे रखे बिन्दु आवेशो के बीच वैद्युत बल का मान समी (3) से तथा माध्य मे रखे आवेशो के लिए समी (5) का प्रयोग किया जाता है।
(c) परावैद्युत के लिए $1 < K < \infty$ तथा धातु के लिए $K = \infty$

$K = 9 \times 10^9 \, Nm^2 C^{-2}$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$K = \frac{F r^2}{q_1 q_2}$$

K का SI मात्रक — $\frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}^2}{(\text{कूलॉम})^2}$

K का SI मात्रक $= N m^2 C^{-2}$

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \, N^{-1} m^{-2} C^2$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K}$$

ϵ_0 का मात्रक $= \frac{1}{N m^2 C^{-2}}$

ϵ_0 का मात्रक $= N^{-1} m^{-2} C^2$

Date ___/___/___

C.G.S मे K का मान

$$K = 9\times10^9 Nm^2c^{-2}$$

$$K = 9\times10^9 \times10^5_{dyne}\times100\times100\times\frac{1}{c^2}$$

$$K = 9\times10^9\times10^5 dyne\times100\times100 cm^2\times\frac{1}{3\times10^9}\times\frac{1}{3\times10^9}$$

$1N = 10^5 dyne$
$1m = 100cm$
1 कूलॉम $= 3\times10^9$ Stat coulomb

$$\boxed{K = 1}$$

आवेश के मात्रक 'कूलॉम' की परिभाषा

प्रथम परिभाषा – निर्वात मे, r दूरी पर स्थित दो बिन्दु आवेशो q_1 व q_2 के बिच कार्यरत बल

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

जहाँ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\times10^9$

$$F = 9\times10^9\times\frac{q_1 q_2}{r^2}$$ (कूलाम का नियम)

यदि $q_1 = q_2 = 1$ कूलॉम तथा $r = 1$ मीटर हो तो

$$F = 9\times10^9 \text{ न्यूटन}$$

"अत: 1 कूलॉम आवेश वह आवेश है जो निर्वात में अपने से 1 मीटर दूरी पर रखे समान परिमाण के सजातीय आवेश को 9×10^9 ब न्यूटन बल से प्रतिकर्षित करता है जबकि दोनो आवेश बिन्दु आवेश है।"

द्वितीय परिभाषा – किसी चालक मे, वैद्युत आवेश की प्रवाह दर को वैद्युत धारा कहते है, अर्थात,

Date ___/___/______

$$\text{वैद्युत धारा } (I) = \frac{\text{वैद्युत आवेश } (Q)}{\text{समय } (t)}$$

or $Q = It$

SI प्रणाली में, आवेश का मात्रक कूलॉम, धारा का मात्रक ऐम्पियर तथा समय का मात्रक सेकेण्ड है अत:

1 कूलॉम = 1 ऐम्पियर / सेकेण्ड

अत: "1 कूलॉम वह आवेश है जो किसी चालक में एक ऐम्पियर की धारा प्रवाहित होने पर, उसके अनुप्रस्थ परिच्छेद में प्रती सेकेण्ड गुजरता है।"

कूलॉम के नियम का सदिश स्वरूप
(vector form of Coulomb's Law)

माना निर्वात में r दूरी पर स्थित दो बिन्दु आवेशों q_1 व q_2 के, मूल-बिन्दु O के सापेक्ष स्थिति सदिश $\vec{r_1}$ व $\vec{r_2}$ है। q_1 के सापेक्ष q_2 का स्थिति सदिश $\vec{r_{21}}$ तथा इसकी दिशा में एकांक सदिश $\hat{r}_{21}$ है। इसी प्रकार q_2 के सापेक्ष q_1 का स्थिति सदिश $\vec{r_{12}}$ तथा इसकी दिशा में एकांक सदिश $\hat{r}_{12}$ है।

अत: $\vec{r_{21}} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$ तथा $\vec{r_{12}} = \vec{r_1} - \vec{r_2}$

Date ___ / ___ / ___

बहुल आवेशो के बीच बल (Force between Multiple Charge) —

दो बिन्दु आवेशो के बीच कार्यरत वैद्युत बल का मान कूलॉम नियम से प्राप्त होता है। किन्तु दो से अधिक आवेश हो तो किसी आवेश पर अन्य आवेशो द्वारा आरोपित परिणामी वैद्युत बल का मान हम अध्यारोपण सिद्धात की सहायता से प्राप्त करते है।

अध्यारोपण सिद्धात (Principle of Superposition) —

इस सिद्धान्त के अनुसार —

"बहुल आवेशो के निकाय मे, किन्ही दो आवेशो के बिच कार्यरत वैद्युत बल का मान अन्य आवेशो की उपस्थिती के कारण प्रभावित नही होता। उनमे से किसी एक आवेश पर, अन्य आवेशो के कारण कार्यरत परिणामी बल का मान उन सभी बलो के सदिश योग के बराबर होता है जो इस आवेश पर अन्य आवेशो द्वारा एक - एक कर लगाये जाते है।"

माना किसी निकाय मे n स्थिर आवेश $q_1, q_2, q_3 \ldots q_n$ है। यदि आवेश q_1 पर q_2 के द्वारा आरोपित बल $\vec{F}_{12}$, q_3 के द्वारा q_1 पर आरोपित बल $\vec{F}_{13}, \ldots, q_n$ के द्वारा आरोपित बल $\vec{F}_{1n}$ हो तो q_1 पर कार्यरत परिणामी वैद्युत बल (अध्यारोपण सिद्धात से)

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \ldots\ldots + \vec{F}_{1n}$$

Date ___/___/_____

लघु उत्तरीय प्रश्न —

(1) (i) निर्वात , (ii) धातु के परावैद्युतांक का मान क्या होता है ?

उत्तर - (i) 1 (ii) अनन्त ।

(2) किसी माध्यम की वैद्युतशिलता ε तथा निर्वात की वैद्युतशिलता ε_0 में सम्बन्ध लिखिये ।

उत्तर - $\varepsilon = K\varepsilon_0$ जहाँ K = माध्यम का परावैद्युतांक

(3) निर्वात की वैद्युतशीलता का मात्रक है ?

उत्तर - कुलॉम के नियम से,

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

वैद्युतशिलता $$\varepsilon_0 = \frac{q_1 q_2}{4\pi \times F \times r^2}$$

$$= \frac{\text{कुलॉम} \times \text{कुलॉम}}{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}^2}$$

ε_0 का मात्रक $= \text{कुलॉम}^2\ \text{न्यूटन}^{-1}\ \text{मीटर}^{-2}$

(4) एक कुलॉम आवेश में कितने इलेक्ट्रान होते हैं ?

उत्तर - दिया है, $q = 1$ कुलॉम , $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कुलॉम

$n = ?$

$\therefore \quad q = ne$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{q}{e} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.25 \times 10^{18} \text{ इलेक्ट्रान}$$

भौतिक नियतांको के मान —

(1) इलेक्ट्रान पर आवेश = -1.6×10^{-19} कुलॉम

(2) इलेक्ट्रान का द्रव्यमान = 9.0×10^{-31} किग्रा

(3) प्रोटॉन पर आवेश = $+1.6 \times 10^{-19}$ कुलॉम

(4) प्रोटॉन का द्रव्यमान = 1.67×10^{-27} किग्रा

(5) α- कण पर आवेश = $+3.2 \times 10^{-19}$ कुलॉम

(6) α - कण का द्रव्यमान = 6.68×10^{-27} किग्रा

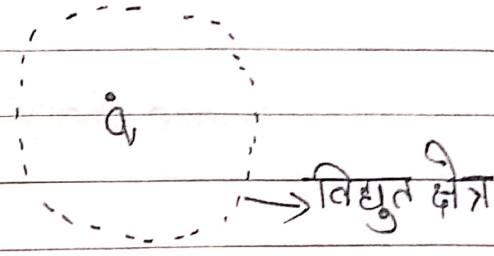
(7) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ = 9×10^{9} न्यूटन - मीटर^2/C^2

(8) निर्वात की वैद्युतशिलता (ϵ_0) = 8.85×10^{-12} कुलॉम^2/N-m^2

(9) सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक (G) = 6.67×10^{-11} N-m^2/C^2

Date ___/___/___

विद्युत क्षेत्र (Electric Field) — किसी आवेश के चारो ओर का वह क्षेत्र जिसमें उसके वैद्युत प्रभाव का अनुभव होता है, वैद्युत क्षेत्र कहलाता है।



विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric Field)

किसी स्रोत आवेश के कारण इसके विद्युत क्षेत्र के किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र तीव्रता उस बिन्दु पर परिक्षण आवेश पर लगने वाला बल एवं परिक्षण आवेश के अनुपात के बराबर होता है। यह एक सादिश राशि है। जिसे $\vec{E}$ से व्यक्त करते है।

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{---- समी (1)}$$

S.I मात्रक - न्यूटन / कूलॉम or वोल्ट / मीटर

(1 न्यूटन / कूलॉम = 1 वोल्ट / मीटर)

⇒ वोल्ट विभव का मात्रक है।

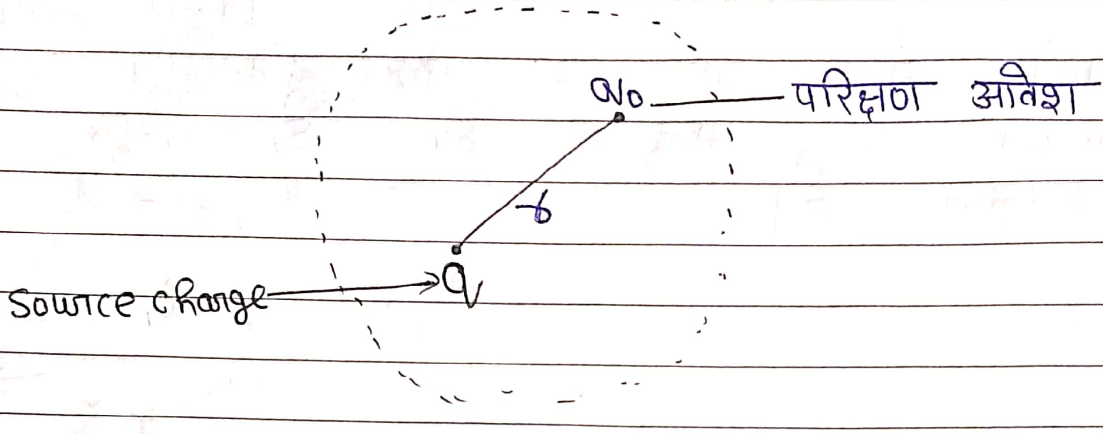
विमीय सूत्र :

$$[E] = \frac{[F]}{[q_0]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[AT]} = [MLT^{-3}A^{-1}]$$

Saathi

Date ___/___/_____

बिन्दु आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{F}{q_0} \quad --- \text{ समी}_0 (1)$$

अब कुलॉम के नियम से,

$$\boxed{F = K\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} q_1 &= q \\ q_2 &= q_0 \end{aligned}}$$

$$F = K\frac{q q_0}{r^2}$$

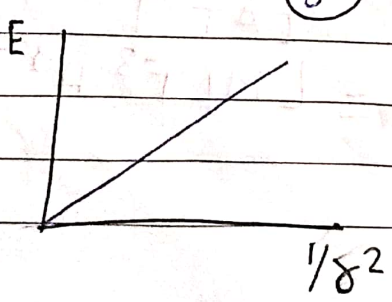
समी (1) से F का मान रखने पर

$$E q_0 = K\frac{q_0 q_0}{r^2}$$

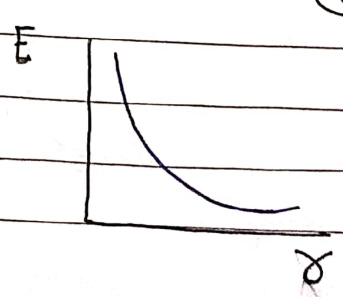
$$\boxed{E = \frac{Kq}{r^2}}$$

Where, $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Graph - $E \propto \frac{1}{r^2}$



Graph — $E \propto \frac{1}{r^2}$



Saathi

Date __/__/____

Numanical – किसी इलेक्ट्रान के कारण 1 मीटर दूरी पर (i) निर्वात में, (ii) जल (K = 80) में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता क्या होगी।

हल = इलेक्ट्रान पर आवेश का परिमाण $q = e = 1.6 \times 10^{-19} C$

$r = 1$ मीटर

(i) निर्वात में,

$$E_{\text{निर्वात}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-19}}{(1)^2}$$

$$= 1.44 \times 10^{-9}$$ न्यूटन / कूलॉम

(ii) जल में,

$$E_{\text{जल}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{r^2} \text{ या } \frac{E}{K}$$

$$= \frac{1.44 \times 10^{-9}}{80}$$

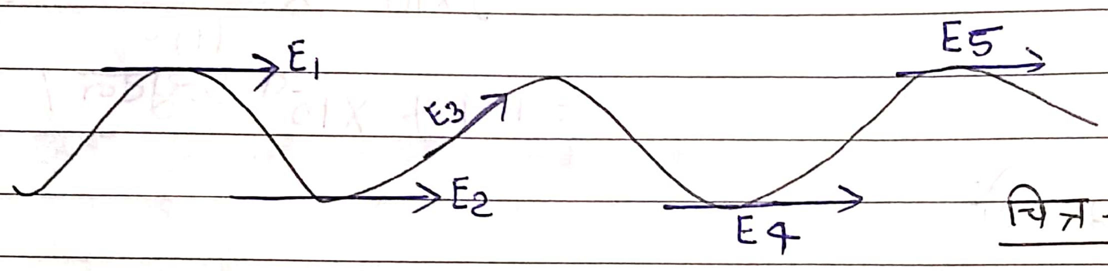
$$= 1.8 \times 10^{-11}$$ न्यूटन / कूलॉम

Saathi

Date ___/___/___

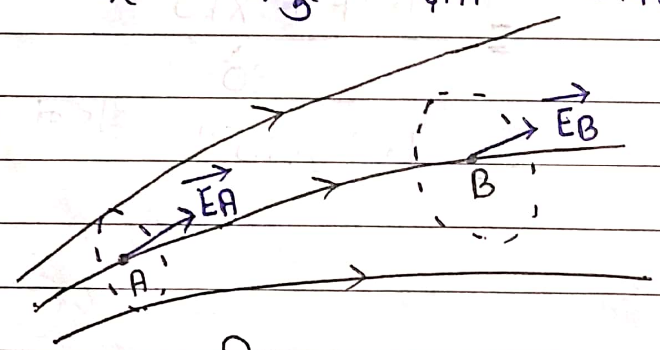
वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ (Electric lines of Force) -

वैद्युत क्षेत्र रेखा वैद्युत क्षेत्र में खिंचा गया वह सरल रेखा या काल्पनिक रेखा है जिसके किसी बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता की दिशा प्रदर्शित करती है। तथा उस बिन्दु के परितः एकांक क्षेत्रफल से अभिलम्बवत गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या क्षेत्र की तीव्रता के परिमाण को प्रदर्शित करती है।



चित्र - 1.0

Note - जिस स्थान पर बल रेखाये पास - पास होती है वहाँ वैद्युत क्षेत्र प्रबल तथा जहाँ रेखाये दूर - 2 होती है वहाँ वैद्युत क्षेत्र अपेक्षाकृत क्षीण होता है।



चित्र - 1.1

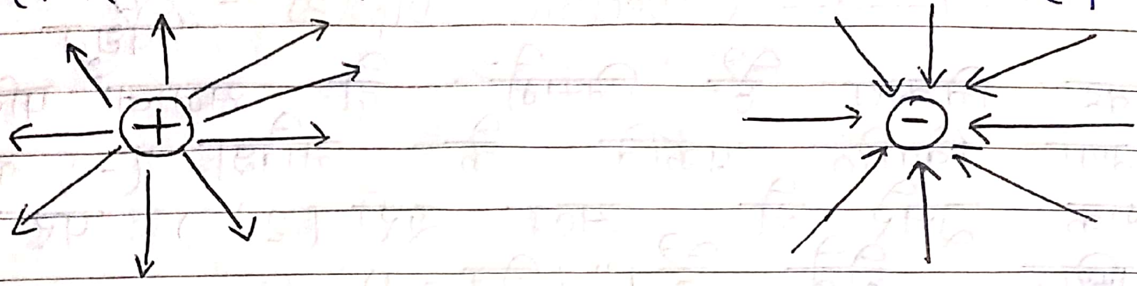
वैद्युत बल रेखाओ के गुण -

(1) एकल धनावेश से उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र बल रेखाये आवेश से निकलकर अनन्त पर समाप्त होती है जबकि एकल ऋणावेश से उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र मे बल रेखाये अनन्त से प्रारम्भ

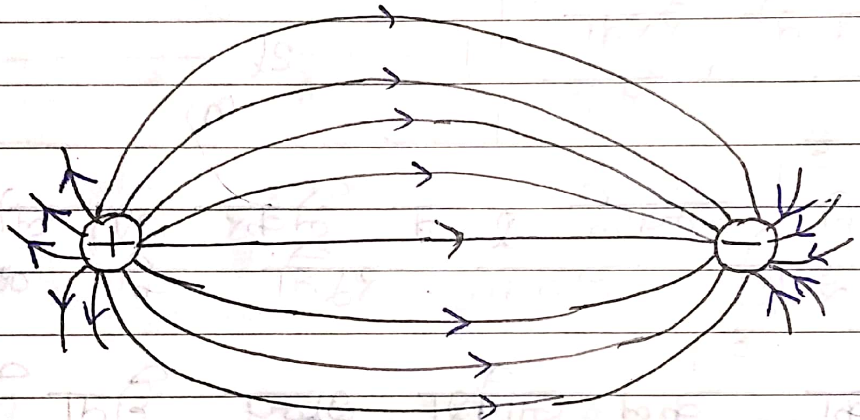
Saathi

Date ___/___/___

होकर आवेश पर समाप्त होती है।



(2) धन तथा ऋण आवेश के संयुक्त वैद्युत क्षेत्र मे बल रेखाये धनावेश से प्रारम्भ होकर ऋणावेश पर समाप्त होती है।



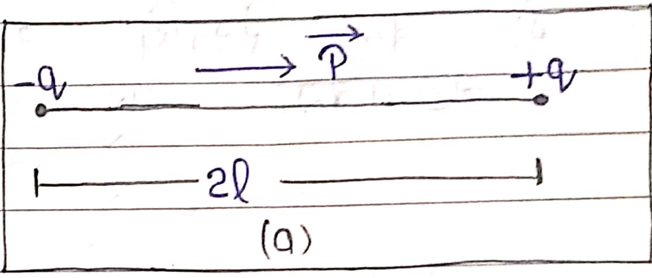
(3) दो बल रेखाये एक - दूसरे को कभी नही काट सकती। ऐसा होने पर कटाव बिन्दु पर दो स्पर्श रेखाये खींची जा सकती है अर्थात एक ही बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की दो दिशाये प्रदर्शित होगी, जो असंभव है।

(4) एकसमान वैद्युत क्षेत्र मे बल रेखाये सीधी, समान्तर तथा समान दूरी पर होती है।

Date __ /__ /____

वैद्युत द्विध्रुव (Electric Dipole) – "वैद्युत द्विध्रुव वह निकाय है जिसमें दो समान परिमाण तथा विपरित प्रकृति के आवेश ($-q$ व $+q$) एक दूसरे से अल्प दूरी ($2l$) पर स्थित होते है।" (चित्र - a)

महत्वपूर्ण बिन्दु – (i) दोनो आवेशो को मिलाने वाली रेखा को द्विध्रुव की अक्ष कहते है।



(a)

(ii) द्विध्रुव की लम्बाई l न लेकर ($2l$) ली जाती है क्योंकि इससे अनेक सूत्रों की व्युत्पत्ति सरल हो जाती है।

(iii) द्विध्रुव का कुल आवेश शुन्य होता है परन्तु इसका वैद्युत क्षेत्र शुन्य नही होता है।

(iv) प्रत्येक वैद्युत द्विध्रुव में द्विध्रुव आघूर्ण होता है।

वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric Dipole Moment) – "किसी वैद्युत द्विध्रुव का वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण एक सदिश राशि है जिसका परिमाण एक आवेश के परिमाण तथा दोनो आवेशो के बीच की दूरी के गुणनफल के बराबर होता है। इसकी दिशा द्विध्रुव की अक्ष के अनुदिश ऋण आवेश से धन आवेश की ओर होती है।"

चित्र (a) में, द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण,

$$P = q \times 2l$$

Saathi

Date ___ / ___ / ___

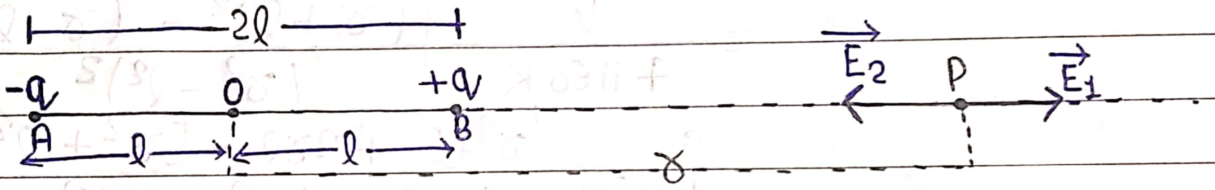
इसकी दिशा $-q$ से $+q$ की ओर है।

SI मात्रक — कुलॉम - मीटर

विमा — [LTA]

⇒ वैद्युत द्विध्रुव के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता —

(A) अक्षीय या अनुदैर्ध्य अथवा tanA स्थिति (Axial or End - on or tan A Position)



चित्र - B

माना AB एक विद्युत द्विध्रुव है, जिस पर $-q$ तथा $+q$ आवेश स्थित है तथा इसकी लम्बाई $2l$ है। इसमे मध्य बिन्दु O से r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

$+q$ आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q}{(r-l)^2}$$ (B से P की ओर)

$-q$ आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q}{(r+l)^2}$$ (P से A की ओर)

Date ___/___/___

बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता $\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ के सदिश योग के बराबर होगा। चूँकि $\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ परस्पर विपरित दिशा मे है अतः परिणामी तीव्रता का मान E_1 व E_2 के अन्तर के बराबर होगा।

$$E = E_1 - E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q}{(r-l)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q}{(r+l)^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{(r+l)^2 - (r-l)^2}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{r^2+l^2+2rl - [r^2+l^2-2rl]}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{4rl}{(r^2-l^2)^2}\right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\cdot\frac{2(2ql)r}{(r^2-l^2)^2}$$

चूंकि $2ql = q\cdot 2l =$ द्विध्रुव आघुर्ण (P) अतः

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{2Pr}{(r^2-l^2)^2} \quad \text{---- (1)}$$

यदि द्विध्रुव अत्यन्त छोटा है तो $l << r$ अतः r^2 की तुलना में l^2 नगण्य होगा। अतः समीकरण (1) से —

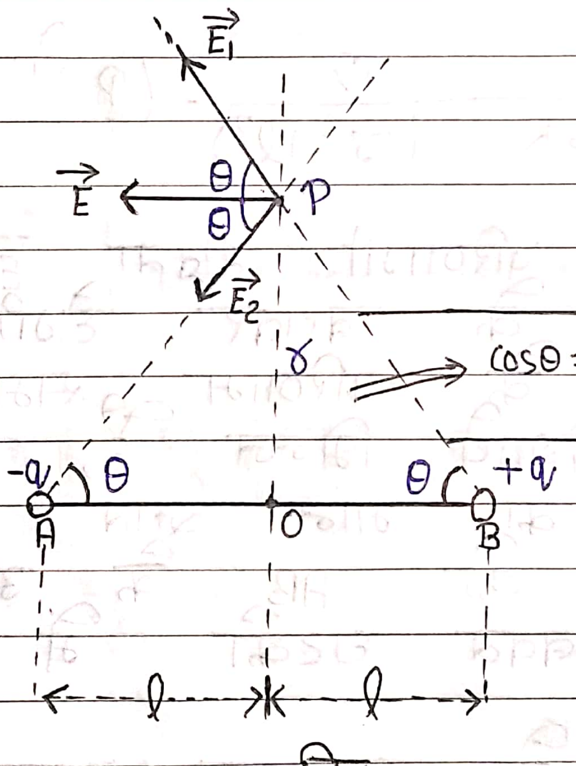
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{2Pr}{r^3}$$

निर्वात के लिए $K = 1$

अतः
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2P}{r^3}$$

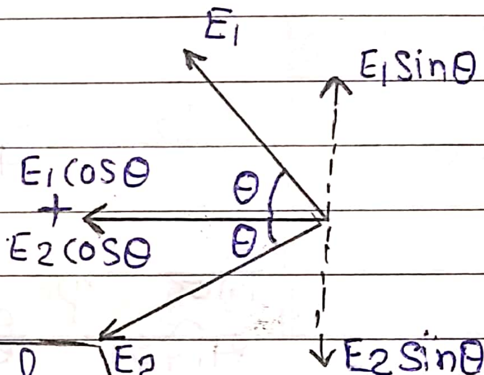
(B) निरक्षीय अथवा अनुप्रस्थ अथवा tan B स्थिति

(Equatorial or Broadside-on or tan B Position)

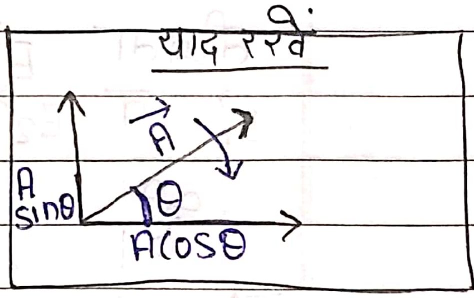


चित्र - C

$$\cos\theta = \frac{OB}{PB} = \frac{l}{\sqrt{r^2 + l^2}}$$



चित्र - D



माना एक वैद्युत द्विध्रुव AB है। द्विध्रुव के आवेशों q व -q के बीच की दूरी 2l है। (चित्र - C) द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति अर्थात् लम्ब अर्द्धक रेखा पर एक बिन्दु P है। जिस पर हमें वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा वैद्युत विभव ज्ञात करना है। बिन्दु P की

Date __/__/__

आवेश +q तथा -q से दूरी क्रमशः BP व AP है। चित्र - c से,

$AP = BP = \sqrt{r^2 + l^2}$

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता — माना द्विध्रुव के आवेश +q व -q के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता क्रमशः $\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ है। अतः

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r^2+l^2)} \quad \text{(B से P की ओर)}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{(r^2+l^2)} \quad \text{(P से A की ओर)}$$

बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता $\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ के सदिश योग के बराबर होगी।

$\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ के परिणाम समान है परन्तु दिशाये भिन्न है, अतः परिणामी तीव्रता $\vec{E}$ का मान ज्ञात करने के लिये $\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ को AB के अनुदिश तथा लम्बवत घटको में वियोजित करते है।

$\vec{E_1}$ व $\vec{E_2}$ के लम्बवत घटक $E_1 \sin\theta$ व $E_2 \sin\theta$ परिमाण में बराबर तथा दिशाओ मे विपरित होने के कारण एक-दूसरे को निरस्त कर देते है। AB के समान्तर घटक $E_1 \cos\theta$ व $E_2 \cos\theta$ एक ही दिशा मे होने के कारण परस्पर जुड़ जाते है। अतः बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता का परिमाण,

Date ___ /___ /______

$$E = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta$$

$$E = E_1 \cos\theta + E_1 \cos\theta$$

$$E = 2 E_1 \cos\theta$$

$$E = 2\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{r^2+l^2}\right)\cos\theta$$

$\because E_1 = E_2$

बिन्दु आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र

$E = \frac{Kq}{r^2}$

$\sqrt{a} = a^{1/2}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

चित्र c से,

$$\cos\theta = \frac{OB}{PB} = \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

अथवा

$$\cos\theta = \frac{l}{(r^2+l^2)^{1/2}}$$

अत:

$$E = 2 \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{r^2+l^2}\right) \cdot \frac{l}{(r^2+l^2)^{1/2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{2ql}{(r^2+l^2)^{3/2}}$$

परन्तु $2ql = P =$ द्विध्रुव आघूर्ण

अत:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{P}{(r^2+l^2)^{3/2}} \quad \text{-----(1)}$$

यदि द्विध्रुव अत्यन्त छोटा है तो $l << r$, अत: r^2 की तुलना में l^2 नगण्य होगा अत: समीकरण (1) से,

$$E_{निरक्ष} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{P}{(r^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{P}{r^3} \quad \text{---(2)}$$

Date ___ /___ /______

निर्वात अथवा वायु के लिये , $K = 1$

अतः

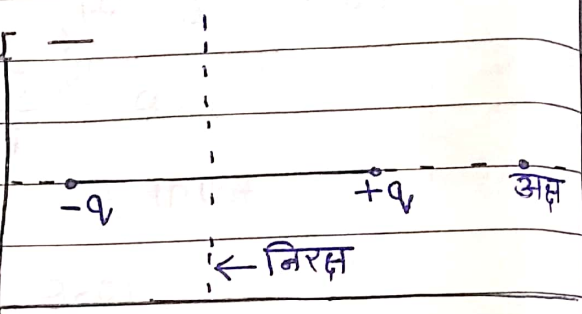
$$E_{\text{निरक्ष}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

$E_{\text{अक्ष}}$ व $E_{\text{निरक्ष}}$ में संबंध —

$$E_{\text{अक्ष}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{2p}{r^3} \quad \text{---(i)}$$

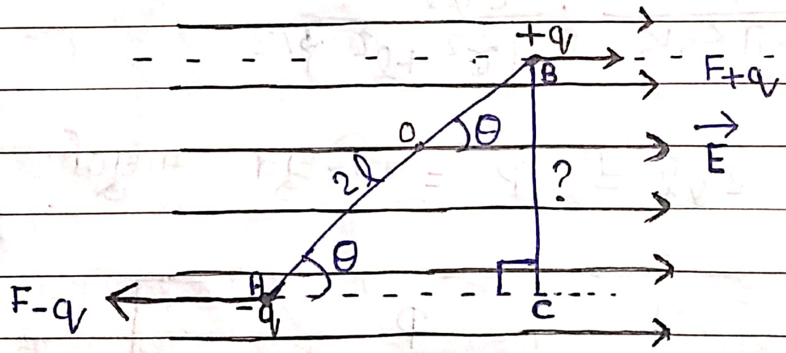
$$E_{\text{निरक्ष}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{p}{r^3} \quad \text{---(ii)}$$

$$E_{\text{अक्ष}} = 2E_{\text{निरक्ष}}$$



एकसमान बाह्य वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव पर

(i) **द्विध्रुव पर बल आघूर्ण (Torque on Dipole) —**



⇒ माना एक विद्युत द्विध्रुव एक समान वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में θ कोण पर रखा है।

⇒ द्विध्रुव के +q पर विद्युत क्षेत्र अपनी दिशा में बल लगाता है।

$$F_{+q} = qE$$

⇒ द्विध्रुव के -q पर विद्युत क्षेत्र अपने से

Date ___/___/___

विपरित दिशा मे बल लगाता है।

$$F_{-q} = qE$$

F_{+q} तथा F_{-q} की दिशा एक दूसरे के विपरित है एवम् क्रिया रेखा भी भिन्न है। अतः ये बले एक बल आघुर्ण उत्पन्न करेगी।

बल आघुर्ण = बल X बलों की क्रिया रेखाओं के मध्य लम्बवत दूरी

$$\tau = (qE) \times 2l\sin\theta$$

$$\tau = q(2l)E\sin\theta$$

$$\boxed{\tau = PE\sin\theta}$$

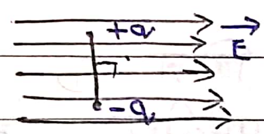
सदिश रूप मे, $$\boxed{\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}}$$

याद रखें
$AB\sin\theta = \vec{A} \times \vec{B}$

महत्वपूर्ण बिन्दु —

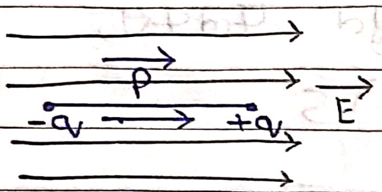
(1) यदि $\theta = 90^\circ$ हो तो $\sin\theta = 1$

$\therefore$ $\tau_{max} = PE$

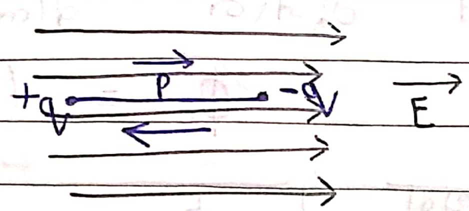


(2) यदि $\theta = 0^\circ$ अथवा 180° हो तो

$\sin\theta = 0$, $\therefore$ $\tau = 0$ (साम्य स्थिति)



$\theta = 0^\circ$

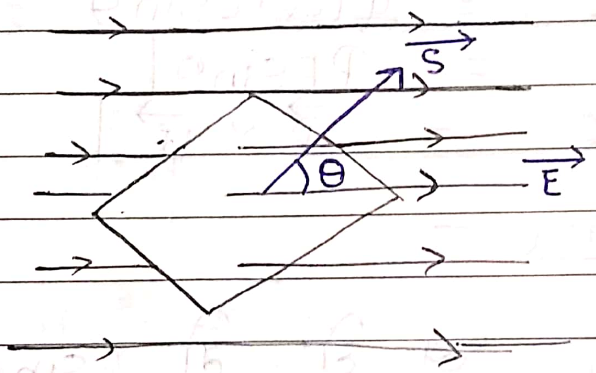


$\theta = 180^\circ$

वैद्युत फ्लक्स (Electric Flux) – किसी सतह से गुजरने वाले विद्युत फ्लक्स से तात्पर्य है उस सतह के लम्बवत एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली विद्युत क्षेत्र रेखाओं की माप है।

अथवा

एकसमान वैद्युत क्षेत्र में स्थित किसी समतल पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के घटक तथा पृष्ठ के क्षेत्रफल के गुणनफल के बराबर होता है।



चित्र – D

चित्र - D में, माना एक समतल पृष्ठ, जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एकसमान वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में इस प्रकार रखा है कि वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}$ तथा पृष्ठ पर अभिलम्ब के बीच कोण θ है। अतः पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स,

$$\phi_E = (E\cos\theta)S$$

अथवा $\phi_E = ES\cos\theta$

अथवा $\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{S}$

$\vec{E}$ = विद्युत क्षेत्र

$\vec{S}$ = क्षेत्रफल सदिश

θ = $\vec{E}$ व $\vec{S}$ के मध्य कोण

Date ___/___/___

वैद्युत फ्लक्स सम्बन्धी महत्वपूर्ण बिन्दु -

(1) SI मात्रक -

ϕ_E का मात्रक = (E का मात्रक) X (S का मात्रक)

= $\left(\frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}}\right) \times (\text{मीटर}^2)$

ϕ_E का मात्रक = न्यूटन - मीटर^2/ कूलॉम

or वोल्ट - मीटर

(2) विमा -

$[\phi_E] = [E] \times [S]$

$= \left[\frac{MLT^{-2}}{AT}\right] \times [L^2]$

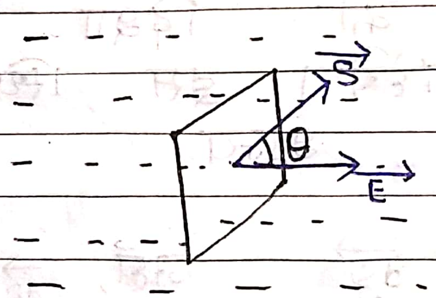
$[\phi_E] = [ML^3T^{-3}A^{-1}]$

(3) वैद्युत फ्लक्स एक अदिश राशि है।

(4) किसी पृष्ठ से गुजरने वाले वैद्युत फ्लक्स का मान धनात्मक, शुन्य तथा ऋणात्मक हो सकता है।

(i) यदि $\theta < 90°$ [चित्र C (a)]

$\cos\theta$ = धनात्मक अथवा ϕ_E = धनात्मक

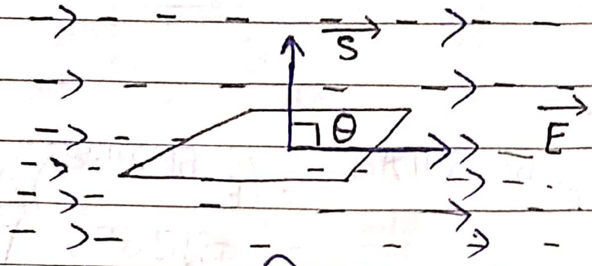


चित्र - C [a]

Date ___/___/___

(ii) यदि $\theta = 90°$ चित्र C [B] से.

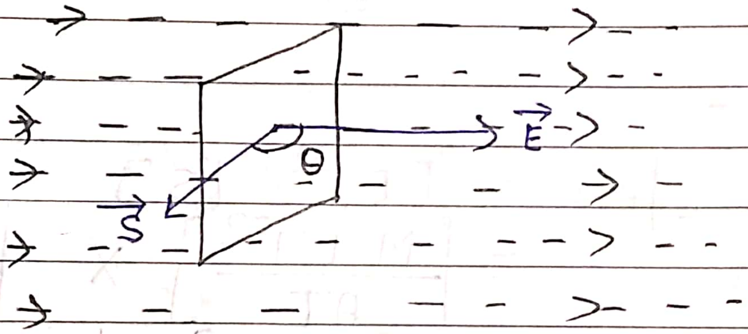
$\cos\theta = 0$ अथवा $\phi = 0$



चित्र – C [B]

(iii) यदि $\theta > 90°$ चित्र C [C] से —

$\cos\theta =$ ऋणात्मक अथवा $\phi =$ ऋणात्मक

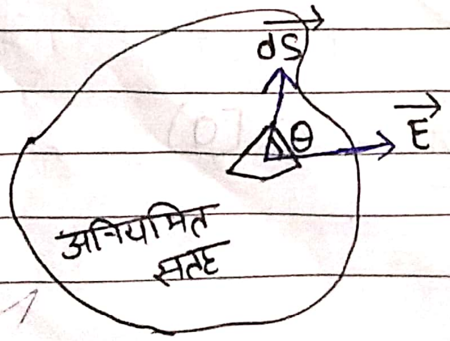


(5) ϕ_E के अधिकतम मान के लिये $\cos\theta =$ अधिकतम $= 1$ अथवा $\theta = 0°$ अत: समतल पृष्ठ क्षेत्र की दिशा के लम्बवत होना चाहिये। इस स्थिति में, $(\phi_E)_{max} = ES$

(6) ϕ_E के न्यूनतम आंकिक मान के लिये $\cos\theta = 0$ अथवा $\theta = 90°$ अत: समतल पृष्ठ क्षेत्र की दिशा के समान्तर होना चाहिये। इस स्थिति में

$(\phi_E)_{min} =$ शून्य

(7)



जहाँ, $\vec{dS} = dS$ क्षेत्रफल का क्षेत्रफल सदिश

$dS =$ क्षेत्रफल का अल्पांश

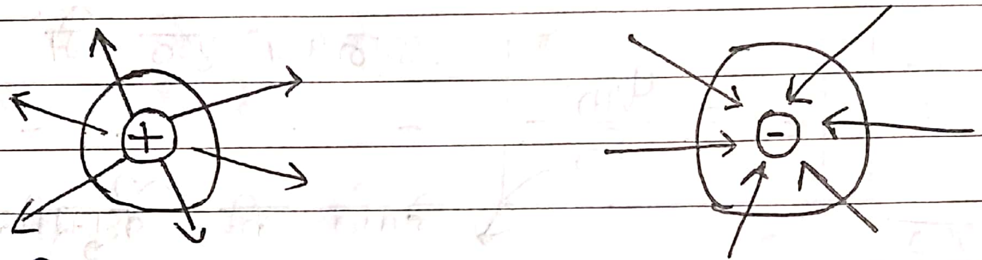
Date __/__/__

$$d\phi = E\,dS\cos\theta$$
$$d\phi = \vec{E}\cdot\vec{dS}$$

अब संपूर्ण सतह से पारित फ्लक्स –

$$\phi_{total} = \int d\phi = \int \vec{E}\cdot\vec{dS}$$

(8)



निर्गत फ्लक्स धनात्मक व आगत फ्लक्स ऋणात्मक लिया जाता है।

Date ___ / ___ / ______

गाउस का नियम (Gauss's Low) –

गाउस के नियम अनुसार, " निर्वात (अथवा वायु) में किसी बंद पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ_E, पृष्ठ के भीतर उपस्थित नेट आवेश q_{in} (कूलॉम) का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुना होता है।

$$\boxed{\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}} \quad \text{या} \quad \boxed{\phi_E = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}} \quad ---- (1)$$

$d\vec{S}$ → अल्प पृष्ठ

q_{in} → गाऊसीय पृष्ठ में कुल आवेश

ε_0 → निर्वात की वैद्युतशीलता

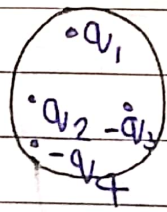
यदि पृष्ठ निर्वात (अथवा वायु) के अतिरिक्त अन्य माध्यम में हो तो समी (1) में ε_0 के स्थान पर $K\varepsilon_0$ लिखा जायेगा। जहाँ K माध्यम का परावैद्युतांक है।

अतः $$\boxed{\phi_E = \frac{q_{in}}{K\varepsilon_0}}$$ या $\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$

q_{in} को हम Σq भी लिख सकते है।

Ex – $q_{in} = q_1 + q_2 - q_3 - q_4$

$$\phi = \frac{q_1 + q_2 - q_3 - q_4}{\varepsilon_0}$$



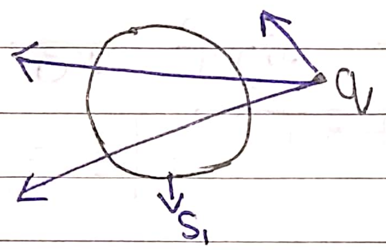
महत्वपूर्ण बिन्दु

(1) यह किसी भी बंद पृष्ठ के लिए सत्य है। यह पृष्ठ के आकार व आकृति पर निर्भर नही करता है।

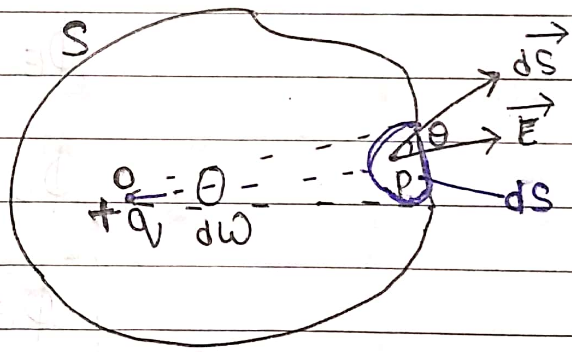
Date __/__/____

(2) नेट आवेश q_{in} पृष्ठ के भितर स्थित सभी धनात्मक तथा ऋणात्मक आवेशों का बीजगणितीय योग है।

(3) बाह्य आवेश नेट फ्लक्स मे कोई योगदान नही देता क्योकि इस प्रकरण में सतह में प्रवेश करने वाली तथा बाहर निकलने वाली विद्युत क्षेत्र रेखाओं की सं० बराबर होती है तो आगत फ्लक्स (−) व निर्गत फ्लक्स (+) होने के कारण नेट 0 हो जाता है।



गाउस नियम की उपपत्ति (Proof of Gauss's theorem)



माना कि एक बंद पृष्ठ S के अंदर +q आवेश स्थित है, जिससे r दूरी पर एक बिंदु P स्थित है। तो बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad [OP \text{ दिशा में}) \text{ - - -(1)}$$

बिंदु P के चारो ओर अल्प पृष्ठ खंड की कल्पना करते है।

तो अल्प पृष्ठ ds से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = E\,ds\cos\theta$$

Saathi

Date ___ / ___ / ___

E का मान समी० (1) से रखने पर –

$$d\phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dS.\cos\theta$$

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dS\cos\theta}{r^2}$$

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot d\omega$$ [जहाँ $d\omega = dS$ पृष्ठ द्वारा बिन्दु O पर बनाया गया कोण]

इसी प्रकार संपूर्ण पृष्ठ से होकर जाने वाला विद्युत फ्लक्स, $\phi_E = \int \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot d\omega$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int d\omega$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \omega$$ [जहाँ ओमेगा ω = घनकोण $= 4\pi$]

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times 4\pi$$

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}}$$ इति सिद्धम ।

Con-(I) – यदि बंद पृष्ठ के अंदर अनेक आवेश हो तब,

$$\phi_E = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n}{\epsilon_0}$$

Con-(2) – यदि आवेश बंद पृष्ठ के बाहर हो –

$\boxed{d\phi_E = 0}$ तो $\boxed{\phi_E = 0}$

Date ___/___/___

गाउस के नियम के अनुप्रयोग

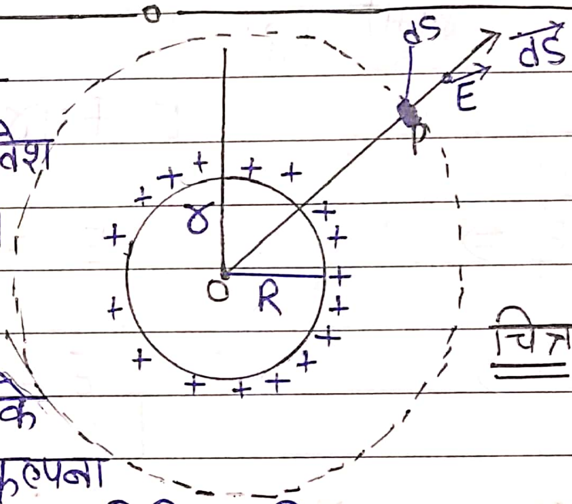
पहला अनुप्रयोग

(1) एकसमान रूप से आवेशित गोलीय कोश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

V.I.M.P

(a) जब बिन्दु गोलीय कोश के बाहर स्थित हो $(r > R)$

माना R त्रिज्या के गोलीय कोश की सतह पर q आवेश समान रूप से वितरित है।



चित्र - A'B'

चित्र के अनुसार, O को केन्द्र मानकर त्रिज्या r के एक गॉसीय पृष्ठ की कल्पना करते है। समान दूरी पर होने के कारण इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र E का परिमाण तो समान होता है, परन्तु उसकी दिशा भिन्न - 2 एवं उस बिन्दु पर त्रिज्यीय होती है। बिन्दु P पर गॉसीय पृष्ठ की सतह पर एक अल्पांश क्षेत्रफल ds लेते है। ~~बिन्दु~~ जिसके सदिश क्षेत्रफल की दिशा भी त्रिज्य होती है।

गॉस के नियम से,

$$\phi_E = \oint E \cdot ds = \oint E \cdot ds \cos\theta = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{---(i)}$$

E तथा ~~की~~ ds की दिशा समान है, अतः $\theta = 0°$

अतः समी (i) से,

Date ___/___/___

$$\oint E \cdot dS \cos 0^\circ = \oint_S E \cdot dS = \frac{q}{\varepsilon_0} \text{ या } \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$$

∴ E का परिमाण सम्पूर्ण पृष्ठ के लिए समान है अत:

$$E \oint dS = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{------ (ii)}$$

r त्रिज्या के गोलाकार पृष्ठ के लिए,

$$\oint dS = 4\pi r^2 \text{ (गॉसिय पृष्ठ का क्षे०)}$$

∴ समी (ii) से

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \left[\text{जहाँ } \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = K\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{Kq}{r^2}} \quad \text{------ (iii)}$$

Ex+ra यहाँ $\left[E \propto \frac{1}{r^2}\right]$ ------ (iv)

समी (iv) से स्पस्ट है कि बाह्य बिन्दु के लिए गोलीय कोश पर विपरित आवेश इस प्रकार व्यवहार करता है जैसे कि सम्पूर्ण आवेश गोलीय कोश के केन्द्र पर स्थित हो।

(b) जब बिन्दु गोलीय कोश की सतह पर स्थित हो ($r = R$)

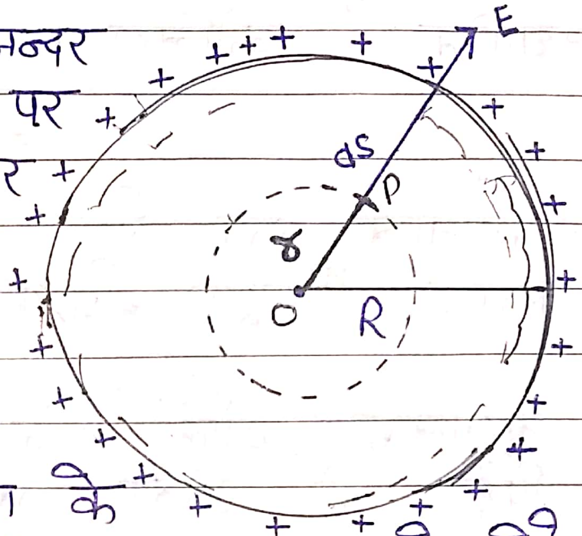
जब बिन्दु गोलीय कोश की सतह पर होता है, तब उसके लिए केन्द्र से दूरी $r = R$ होती है। अत: समी (iii) मे r का मान रखने पर,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2} \text{ या } E = \frac{Kq}{R^2}$$

Date ___/___/___

(c) जब बिन्दु गोलीय कोश के अन्दर स्थित हो ($r < R$)

माना गोलीय कोश के अन्दर उसके केन्द्र O से r दूरी पर एक बिन्दु P है, जिस पर वैद्युत क्षेत्र E का मान ज्ञात करना है।



चित्र के अनुसार O को केन्द्र मानकर r त्रिज्या के एक गॉसीय पृष्ठ की कल्पना करते है। चूँकि इस पृष्ठ के अन्दर आवेश का मान शून्य होता है, अतः इस पृष्ठ के लिए गॉस के नियम से,

$$\oint E \cdot dS = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0} = \frac{0}{\varepsilon_0} \quad (\because q = 0)$$

$\therefore$ $E = 0$

अतः आवेशित गोलीय कोश के अन्दर वैद्युत क्षेत्र का मान शून्य होता है।

Saathi

Date ___/___/______

V. Imp

प्रश्न एकसमान आवेशित अचालक गोले के भीतर किसी बिन्दु पर गॉस प्रमेय की सहायता से वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र स्थापित कीजिए।

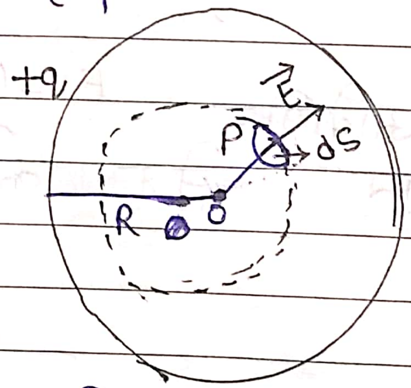
अथवा

एकसमान रूप से आवेशित अचालक गोले के कारण वैद्युत क्षेत्र ज्ञात किजिए ?

उत्तर- अचालक गोले के कारण भी वैद्युत क्षेत्र पिंड की भॉती निकलेगा।

Con -1- जब बिन्दु P गोले के अन्दर स्थित हो ($r<R$)

माना त्रिज्या R का एक अचालक गोला है, जिसके सम्पूर्ण आयतन में आवेश +q एकसमान रूप से वितरित है।



बिन्दु P से गुजरने वाले r त्रिज्या के गोलीय गॉसीय पृष्ठ की कल्पना करते है। इससे होकर गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स,

$$\phi_E = E \cdot 4\pi r^2$$

गॉस की प्रमेय के अनुसार, $\phi_E = \frac{q'}{\epsilon_0}$

जहॉ q' वह आवेश है जो r त्रिज्या के

Date __/__/__

गॉसिय पृष्ठ पर है।

अतः
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\varepsilon_0}$$
$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\varepsilon_0}$$
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q'}{r^2} \quad \text{- - - - - (i)}$$

आवेश का आयतन घनत्व ρ पूरे गोले मे एकसमान है, अर्थात,

$$\rho = \frac{\text{आवेश}}{\text{आयतन}} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$
$$q' = q\left(\frac{r}{R}\right)^3 \quad \text{- - - - (ii)}$$

q' का मान समी (i) मे रखने पर,

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qr}{R^3}}$$

Diffniation से,
$$d\phi = E \cdot ds \cos\theta$$
$$d\phi = E \cdot ds \cos 0$$

Ist step-
$$d\phi = E \cdot ds$$
$$\phi_E = \oint d\phi = E\oint ds$$
$$\phi_E = E \cdot 4\pi r^2$$

IInd step- Gauss Low
$$\phi = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}$$
$$\phi = \frac{q'}{\varepsilon_0}$$
माना $\Sigma q = 0$

Saathi

Date ___/___/___

प्रश्न- एक समान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

अथवा

प्र० आवेश की अनन्त समतल चादर के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता? अथवा

प्र० - अनन्त समतल आवेशित अचालक प्लेट के समीप वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

उत्तर ⇒ आवेशित अचालक द्वारा परत से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र -

Imp

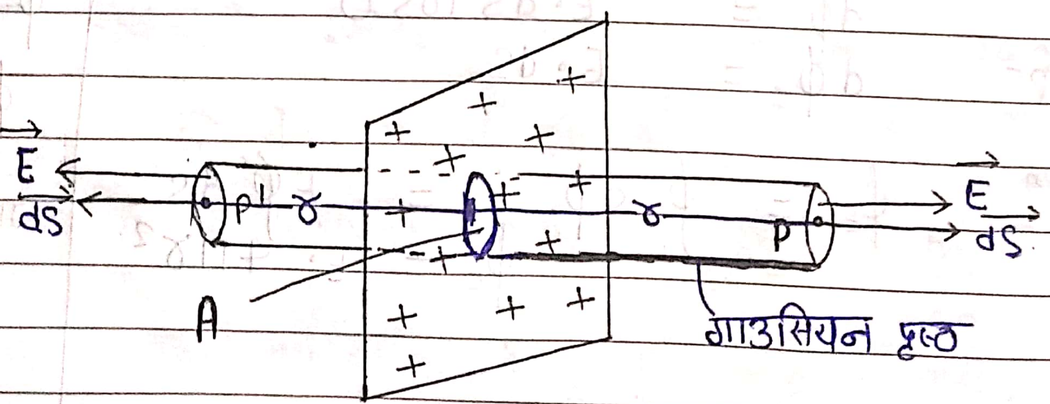
आवेश का पृष्ठ घनत्व -

एकसमान आवेशित पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर विद्यमान आवेश को पृष्ठ आवेश-घनत्व अथवा आवेश का पृष्ठ घनत्व कहते हैं। इसे σ से प्रदर्शित करते हैं।

अत:

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad \frac{\text{कुलॉम}}{\text{मी}^2}$$

V.IMP



$q = \sigma A$

$A = S$

माना की एक अनंत समतल चादर है, जो एक समान रूप से आवेशित है तथा इसके प्रति एकांक क्षेत्रफल में पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है। चादर से r दूरी पर पर बिन्दु P स्थित है, जिस पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इसके लिए चादर के दूसरी ओर एक अन्य बिन्दु P' लेते है। PP' अक्ष लेकर एक बेलन की रचना करते है। जो गाउसियन पृष्ठ की भाँती कार्य करता है। विद्युत क्षेत्र और बेलन का वक्रपृष्ठ एक दूसरे के समान्तर है तो इससे गुजरने वाला फ्लक्स शून्य होगा। तब बेलन के दोनो वृतिय सिरों से होकर गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स,

$$\phi_E = ES\cos\theta + ES\cos\theta$$

$$\phi_E = ES\cos 0^\circ + ES\cos 0^\circ$$

$$\phi_E = ES + ES$$

$$\phi_E = 2ES \quad \text{---- समी (1)}$$

गाउसियन पृष्ठ के भीतर चादर के भाग का क्षेत्रफल S है। परिबद्ध आवेश $q_{in} = \sigma S$ -- समी (2)

अतः गाउस के नियम से,

$$\phi_E = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0} \text{ या } \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

समी (1) व (2) से —

$$2ES = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \quad [q_{in} = \sigma S]$$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

V.S.M.P

Date ___ / ___ / ______

Saathi

प्र० :- रेखीय आवेश घनत्व से क्या तात्पर्य है? गाउस के नियम से एक आवेशित तार के निकट, जिसका रेखीय आवेश घनत्व λ है, वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के लिये व्यंजक व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर :-

रेखीय आवेश घनत्व —

प्रती एकांक लम्बाई में आवेश की मात्रा को रेखीय आवेश घनत्व (λ) कहते है।

$$\lambda = \frac{q}{l} = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{चालक की ल०}}$$

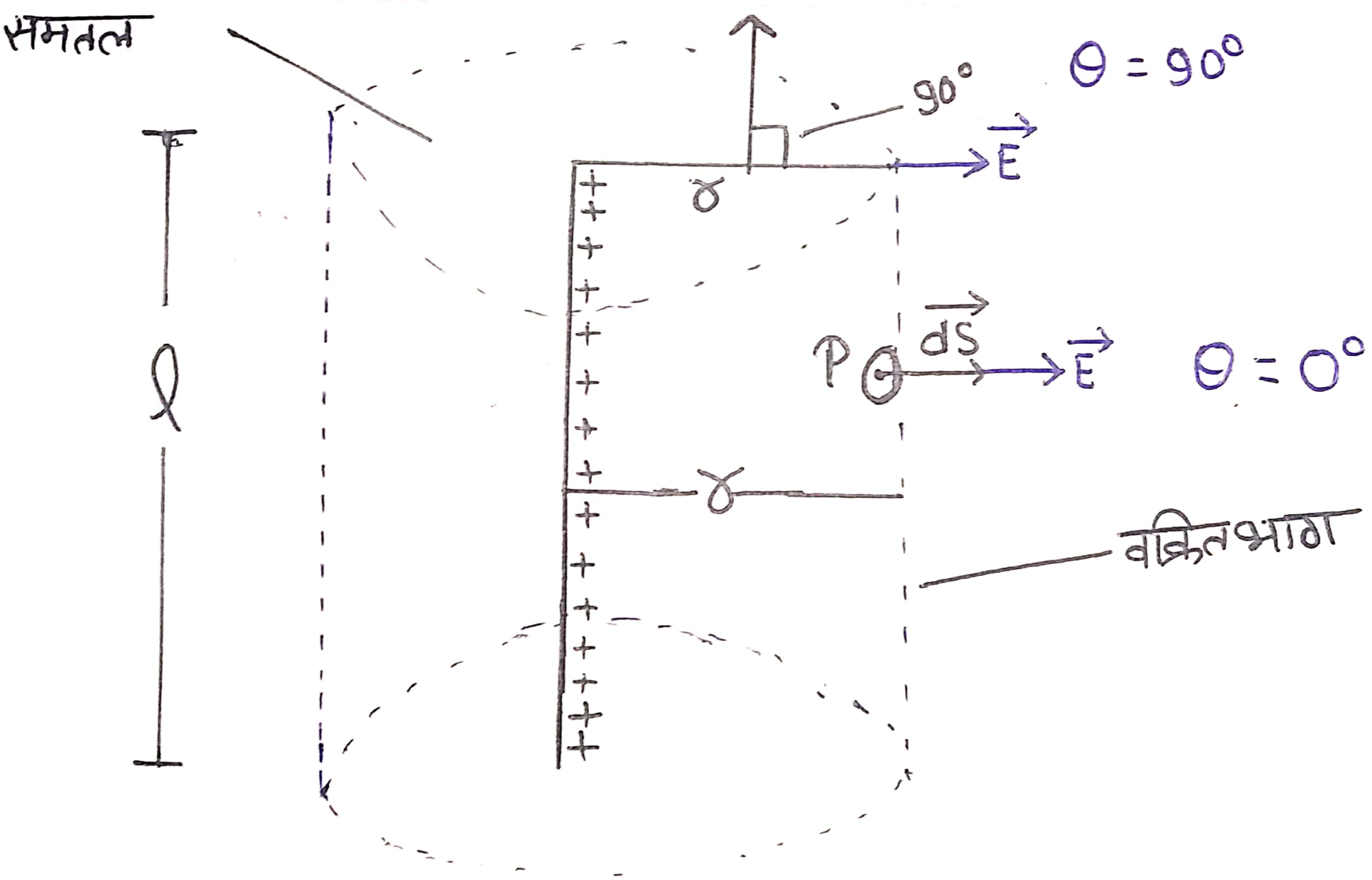
मात्रक ⇒ ~~आवेश~~ कुलॉम / मी

विमा ⇒ $[ATL^{-1}]$

अनन्त लम्बाई के एकसमान आवेशित सीधे तार के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

---

माना कि अनन्त लम्बाई की एक ~~ताप~~ तार है। जिस पर धनावेश का वितरण एकसमान है। तार के प्रती एकांक लम्बाई पर आवेश अर्थात रेखीय आवेश घनत्व λ है। इससे r दूरी पर एक बिन्दु P स्थित है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इसके लिए r त्रिज्या और l ल० के एक बेलन की रचना करते है।


समतल
90°
θ = 90°
$\vec{E}$
r
l
P
$\vec{ds}$
$\vec{E}$
θ = 0°
r
वक्रित भाग

परिभाषा से,

वैद्युत फ्लक्स $\phi = \phi_{\text{वक्रित}} + \phi_{\text{समतल}}$

$$\phi = \oint_{\text{वक्रिय}} E\,ds \cos 0^\circ + \oint_{\text{समतल}} E\,ds \cos 90^\circ$$

$$\phi = \oint_{\text{वक्रिय}} E\,ds \cos 0^\circ + \oint_{\text{समतल}} E\,ds \times 0$$

$$\phi = \oint_{\text{वक्रिय}} E\,ds$$

$$\phi = E \oint_{\text{वक्रिय}} ds$$

तथा $\oint ds \Rightarrow 2\pi r l$

$$\phi = E 2\pi r l \quad \text{- - - - - समी० 1}$$

अब गाउस के नियम से,

$$\phi = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0} \qquad \text{यहाँ } \Sigma q = \lambda l$$

$$\phi = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \quad \text{- - - - - समी० 2}$$

समी ① व ② से —

$$E 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda l}{2\pi r l \varepsilon_0}$$

☆☆☆
$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}}$$

2 से गुणा व भाग करने पर — $4\pi\varepsilon_0 = K$

$$E = \frac{1 \times 2\lambda}{4\pi r \varepsilon_0} = \frac{2K\lambda}{r}$$